One Technology Way • P.O. Box 9106 • Norwood, MA 02062-9106, U.S.A. • Tel: 781.329.4700 • Fax: 781.461.3113 • www.analog.com

利用加速度计进行倾斜检测

作者：Christopher J. Fisher

简介

确定系统倾斜的一种常用方法是对陀螺仪输出求积分。尽管这种方法简单明了，但随着积分周期的增加，与零偏稳定性相关的误差也可能快速增大，即使当器件处于静止状态时也可能导致明显的旋转。

在某些净加速度或重力加速度的应用中，可利用加速度计来测量静态倾斜角。此类应用包括游戏，数码相机水平检测，以及工业和医学应用中检测器件方向等。

利用加速度计进行倾斜检测的基本假设是，加速度只与重力相关。实际上，可对信号输出进行信号处理，以消除其中的高频组分，因而可以接受一定的交流加速度。

倾斜检测利用重力矢量及其在轴上的投影来确定倾斜角。由于重力为直流加速度，因此，任何额外加入的直流加速度都会破坏输出信号并导致错误计算。造成直流加速度的因素包括车辆以恒定速率加速时的时间，以及在加速度计上导致向心加速度的旋转器件。另外，当目标轴上的重力投影发生变化时，通过重力旋转加速度会导致明显的交流加速度。在计算倾斜之前对加速度信号进行的任何过滤都会影响输出达到新静态值的速度。

本应用笔记旨在讨论将加速度计输出换算成倾斜角的基本原理，内容涉及如何计算单轴、双轴或三轴解决方案的理想倾斜角。另外提供一些基本的校准信息，以减少失调和灵敏度失配带来的误差。

目录

倾斜计算

单轴倾斜计算

在只需对有限角度进行倾斜检测且分辨率较低的应用中，可使用单轴器件(或多轴器件的单个轴)。

例如，在图1中，单个轴(即本例的x轴)通过重力旋转。由于本方法仅使用单个轴且要求重力矢量，仅当器件具有特定方向且x轴始终处于重心面时，算出的倾斜角才准确。绕其他轴的任何旋转运动都会降低x轴上的加速度大小，从而给算出的倾斜角造成误差。

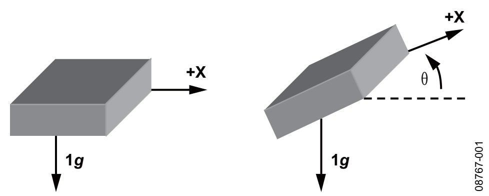

图1. 单轴倾斜检测

根据基本三角原理，x轴上的重力矢量投影会产生等于加速度计x轴与水平线夹角正弦值的输出加速度。水平线通常为与重力矢量垂直的平面。在重力为理想值1 g时，输出加速度为

$$A_{X,OUT}\,[g] = 1\,g \times \sin(\theta) \qquad (1)$$

采用单轴解决方案时，请注意，随着水平线与x轴夹角的增大，倾斜计算的灵敏度——即一定输入变化带来的输出变化——会变小，该角越接近±90°，灵敏度越接近0。从图2即可看出这点，图中，输出加速度(单位：g)相对于倾斜角。接近±90°时，倾斜角的较大变化会导致输出加速度发生小幅变化。

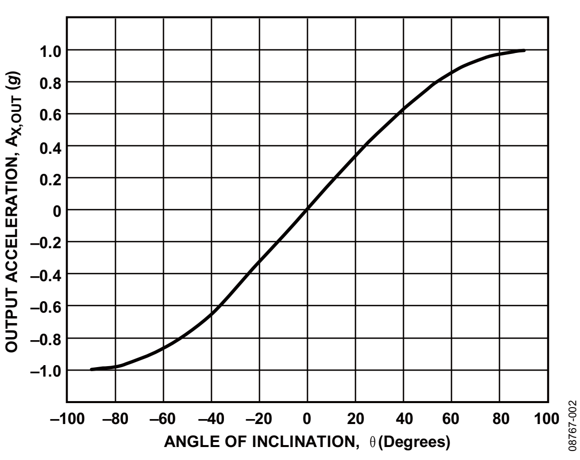

图2. 单轴倾斜检测中的输出加速度与倾斜角

由于倾斜计算以数字方式实现，所以输出加速度表示为单位最低有效位(LSB)的一个恒定加速度或代码，该值来自模数转换器(ADC)或直接来自数字输出部件。由于输出分辨率为恒定加速度，因此倾斜角度分辨率是可变的，其中，最佳分辨率在接近0°时取得，最差分辨率在±90°时获得。

图3和图4分别为1°和0.25°倾斜角步进下的增量灵敏度。增量灵敏度为单位倾斜角步进的输出变化(单位：mg)，或

$$S[g] = 1\,g \times (sin(N+P) - sin(N)) \qquad (2)$$

其中：

*N*为初始角度。

*P*为步长。

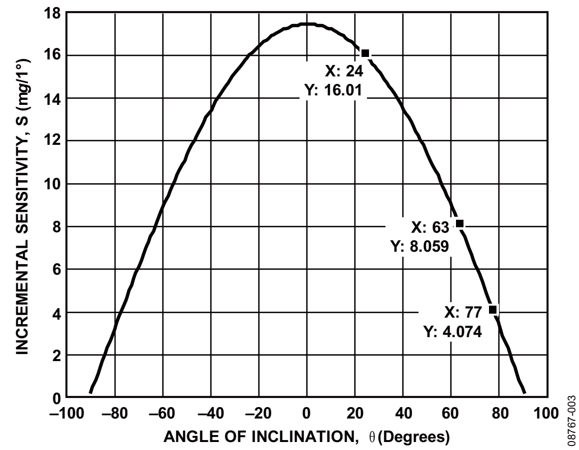

图3. 1°步进下的增量倾斜灵敏度

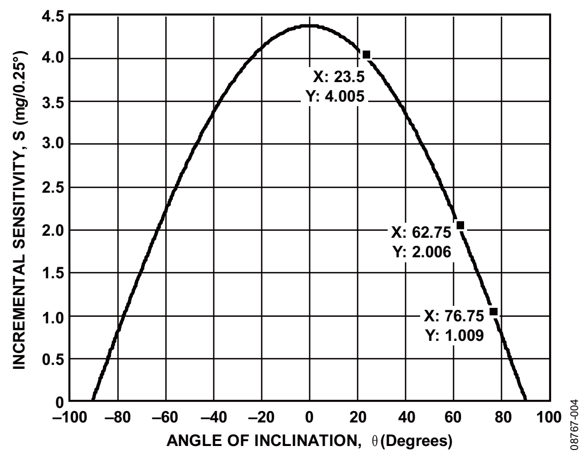

图4. 0.25°步进下的增量倾斜灵敏度

在测量输出加速度时，可利用这个曲线来确定要求的最低分辨率，以满足具体应用整个范围的倾斜分辨率要求。例如，对于1°的最大步长，±63°范围至少需要8 mg/LSB的分辨率。类似地，在±63的范围内，如果要获得0.25°的最大步长，则需要至少2 mg/LSB的分辨率。注意，如果存在大量的扰动，则可借助过采样来取得更好的分辨率。

由于通过重力旋转时，加速度计的输出遵循一种正弦关系，因而通过反正弦函数来实现从加速度到角度的转换。

$$\theta = sin^{1}\left(\frac{A_{x,out}[g]}{1g}\right) \tag{3}$$

其中，倾斜角θ单位为弧度。

如果所需倾斜范围较窄，则可用线性逼近法代替反正弦函数。线性逼近法实为逼近小角度的正弦。

$$\sin(\theta) \cong \theta, \theta << 1 \tag{4}$$

其中，倾斜角θ单位为弧度

可在倾斜角的线性逼近公式中增加比例因子k，以便在可容忍误差加大时，增加逼近法的有效范围。

$$\theta \cong k \times \left(\frac{A_{x,out}[g]}{1g}\right) \tag{5}$$

其中，倾斜角θ单位为弧度。

将等式5所得结果乘以(180/π)，即可得到角度数。图5比较了反正弦函数和线性逼近法(其中k=1)的结果。随着倾斜角度的加大，线性逼近法逐渐失效，计算所得角度开始偏离实际角度。

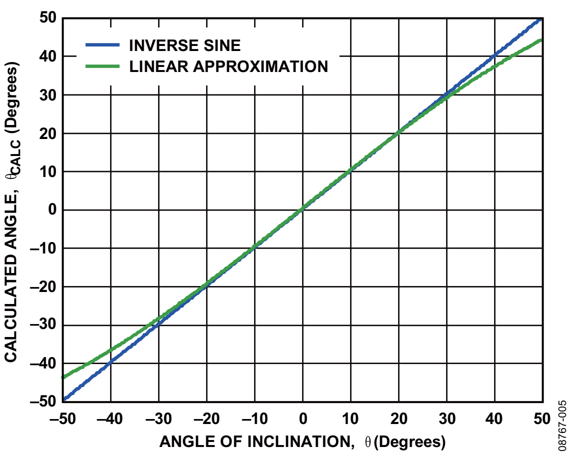

图5. 用于计算倾斜角的反正弦函数与线性逼近比较

由于算出的角度在坐标图上以实际倾斜角为参照，因而，在两端，线性逼近法存在一定弯曲。这是因为仅当与输出加速度相比较时，线性逼近才呈线性，随着实际倾斜角的加大，输出加速度具有类似表现(如图2所示)。然而，反正弦函数产生的输出应与实际倾斜角成一比一关系，当以实际倾斜角为参照时，会使计算角度表现为一条直线。

举例来说，如果倾斜检测的目标分辨率为1°，则±0.5°的误差处于可接受水平，因为该误差值低于计算的舍入误差。如果对实际倾斜角与计算倾斜角的误差作图，且k=1，如图6所示，则线性逼近法的有效范围仅为±20°。如果调整比例因子以使误差最大但仍处于计算舍入限值以内，则线性逼近法的有效范围将加大至大于±30°的水平。

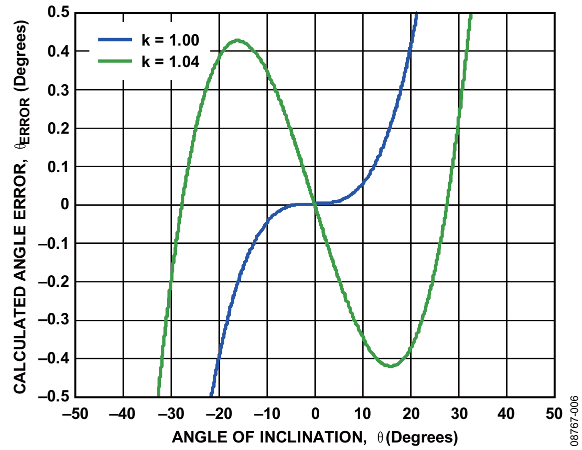

图6. 不同比例因子的计算角误差

双轴倾斜计算

单轴倾斜检测的一种不足在于，需要采用高分辨率ADC或数字输出，才能获得大范围的有效倾斜角，分别如图3和图4所示。另一种缺陷是，单轴检测无法提供360°测量，因为倾斜角N°下产生的加速度等于倾斜角180° − N°下产生的加速度。对于某些应用，这是可以接受的，但对于要求较高分辨率的应用，或者需要区分整个360°弧内的不同倾斜角，则需要第二个轴(如图7所示)或第二个传感器。在采用第二个传感器的情况下，该传感器必须方向正确，使其检测轴与第一个传感器的检测轴垂直。

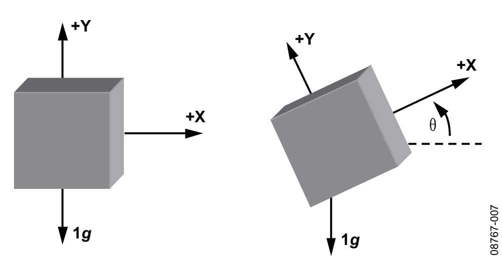

图7. 双轴倾斜检测

确定倾斜角时采用第二个轴，这种做法有三个主要优势，以下各节将详细介绍。

恒定灵敏度

采用第二个轴的首要优势来自两轴的垂直关系。与单轴解决方案一样，x轴检测到的加速度与倾斜角的正弦具有比例关系。同时与x轴垂直的y轴加速度与倾斜角的余弦成比例(见图8)。随着某个轴的增量灵敏度的降低，比如该轴上的加速度接近+1 g或−1 g时，另一轴的增量灵敏度会增加。

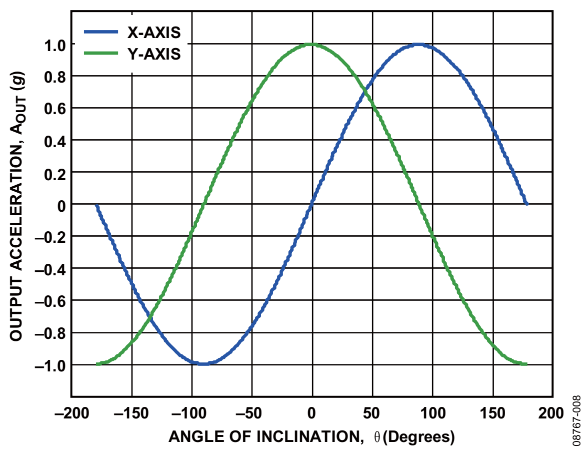

图8. 双轴倾斜检测中的输出加速度与倾斜角

将测得加速度转换成倾斜角的一种方法是计算x轴的反正弦及y轴的反余弦，与单轴解决方案类似。然而，一种更简单、更有效的方法是使用来自以下等式的两个值之比：

$$\frac{A_{X,OUT}}{A_{Y,OUT}} = \frac{1g \times \sin(\theta)}{1g \times \cos(\theta)} = \tan(\theta) \tag{6}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_{X,OUT}}{A_{Y,OUT}}\right) \tag{7}$$

其中，倾斜角θ单位为弧度。

不同于单轴示例，利用两个轴之比来确定倾斜角的方法极大地增加了确定增量灵敏度的难度。相反，在给定倾斜分辨率的条件下，确定加速度计的最低必要分辨率显得更为有用。由于一个轴的增量灵敏度会随着另一轴的减少而增加，因此两者的最终结果是一种几乎恒定的有效增量灵敏度。这就是说，加速度计的分辨率只要可以在特定角度下实现目标倾斜步长，这样的加速度计可以测量所有角度。

为了确定加速度计所需的最低分辨率，我们考察了等式6，以确定分辨率存在哪些局限性。由于各轴的输出取决于倾斜角的正弦或余弦，且各函数的倾斜角相等，因而，最小可解析角等于最低可解析加速度。

如图3和图4所示，正弦函数在接近0°时变化率最大，不难证明，余弦函数在该点具有最小变化率。为此，由倾斜变化导致的x轴加速度变化可先于y轴加速度变化识别出来。如此一来，系统接近0°时的分辨率主要取决于x轴的分辨率。若要检测到等于P°的倾斜变化，加速度计必须能够检测到的变化约等于：

$$\Delta A_{OUT}[g] \cong 1g \times \sin(P) \tag{8}$$

图9可用于确定在目标倾斜步长时，加速度计所需的最低分辨率——或加速度计的最大比例因子。请注意，增加的加速度计分辨率取决于加速度计比例因子的减少量，以及检测输出加速度较小变化的能力。因此，在选择具有适合分辨率的加速度计时，对于目标倾斜步长，比例因子应小于图9所示限值。

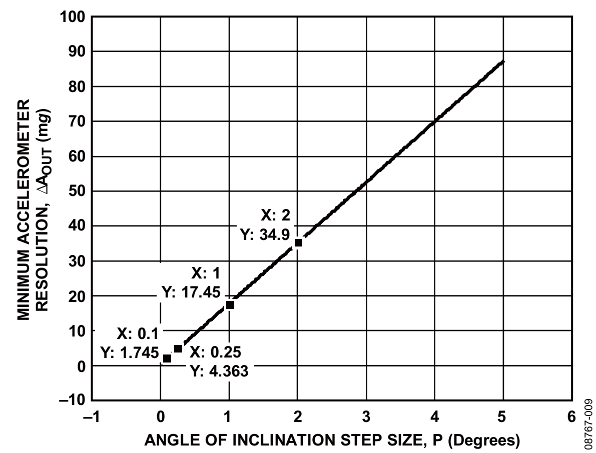

图9. 目标倾斜角分辨率的最低加速度计分辨率

对重心面对齐度的依赖性降低

使用双轴或多轴的第二个重要优势在于，在单轴解决方案下，除x轴以外的任何轴发生倾斜都会造成重大误差，与此不同，在使用第二轴时，即使第三轴存在倾斜时也可测得精确的值。这是因为有效增量灵敏度与目标轴重力的和方根(RSS)值具有比例关系。

当重力完全处于xy平面之内时，这些轴上检测到的加速度方和根的理想值等于1 g。如果xz平面或yz平面中存在倾斜，则重力导致的总加速度会减少，同时会减少有效增量灵敏度。这又会加大既定加速度计分辨率下的倾斜步长，但仍可提供精确的测量值。经倾斜计算得到的角度对应于xy平面的旋转。

如果系统倾斜角度足够大，以致于xy平面中仅存在极少重力导致的加速度，则倾斜角步长的准确度不够，无法使用；因此建议对xz平面或yz平面中的倾斜进行限制。

全角度360°倾斜检测

采用第二轴的第三个主要优势是能够对各个象限进行区分，并能在整个360°弧度内测量角度。如图10所示，每个象限均拥有与x轴和y轴加速度相关联的不同符号组合。

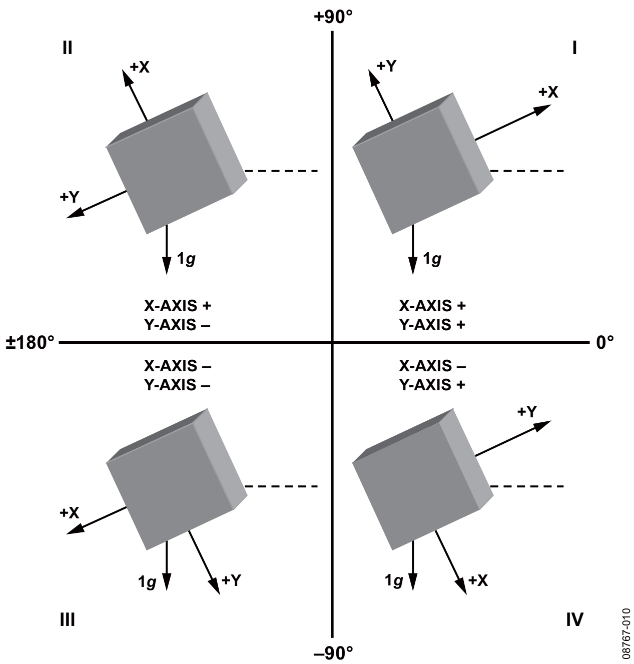

图10. 象限检测的倾斜角与加速度符号

若操作数$A_{X,OUT}/A_{Y,OUT}$为正，则反正切函数在象限I中返回一值；如果该操作数为负，则反正切函数在象限IV中返回一值。由于象限II中的操作数为负，当角度处于该象限时，必须在计算结果中加上180°的值。由于象限III中的操作数为正，当角度处于该象限时，必须从计算结果中减去180°的值。计算所得角度的正确象限可通过考察各轴上测得加速度的符号来确定。

三轴倾斜计算

引入第三轴时，可在全球面范围确定传感器的方向。可通过传统的直角坐标(x, y, z)-球面(ρ, θ, ϕ)转换法来表征xy平面倾斜角θ及重力矢量倾斜角⊠与各轴测得加速度之间的关系，如下所示：

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_{X,OUT}}{A_{Y,OUT}}\right) \tag{9}$$

$$\phi = cos^{-1}\left(\frac{A_{Z,OUT}}{\sqrt{A^2{}_{X,OUT} + A^2{}_{Y,OUT} + A^2{}_{Z,OUT}}}\right) \tag{10}$$

设的测得的唯一的加速度为重力所致，等式10中操作数的分母可用常数(理想值为1)代替，因为在唯一的加速度为重力加速度时，所有轴的和方根值为常量。结果所得角度如图11所示，其中，图11c仅显示了xy平面中的θ，图11d所示ϕ为z轴与重力矢量的夹角。

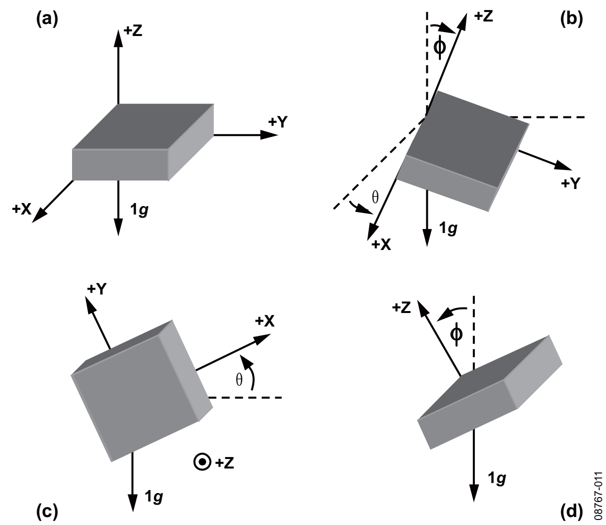

图11. 球面坐标系的角度

由于三轴法等式与单轴法和双轴法等式之间存在类似之处，因此，三轴解决方案的分析模式等于单轴法与双轴法二者之和。θ的测量受益于两个垂直轴之比，目标倾斜分辨率对加速度计的最低分辨率具有一定要求，如等式8所示。

ϕ的测量对应于单轴解决方案下倾斜角的测量，以及用于确定能在目标范围内实现特定倾斜角分辨率的最小加速度计分辨率的方法。其差异在于，当ϕ等于90°时，如果利用反余弦函数来确定ϕ会导致最大增量灵敏度，并在0°和180°下导致最小增量灵敏度。

用余弦函数代替等式2中的正弦函数，可生成类似于图3和图4的坐标图。需要注意的是，尽管θ的范围为−180°至+180°，但⊠的范围仅为0°至180°。ϕ的角度若为负则会使θ的角度变为负值。

三轴解决方案中检测倾斜的另一种方法是基于一个参照点分别确定加速度计各个轴的角度。参照点为器件的典型取向，其中，x轴和y轴位于水平面内(0 g场)，z轴与水平线垂直(1 g场)。如图12所示，其中，θ为水平线与加速度计x轴的夹角，ψ为水平线与加速度计y轴的夹角，ϕ为重力矢量与z轴的夹角。在x轴和y轴的起点0 g处以及z轴上的1 g处，计算得到的所有角度均为0°。

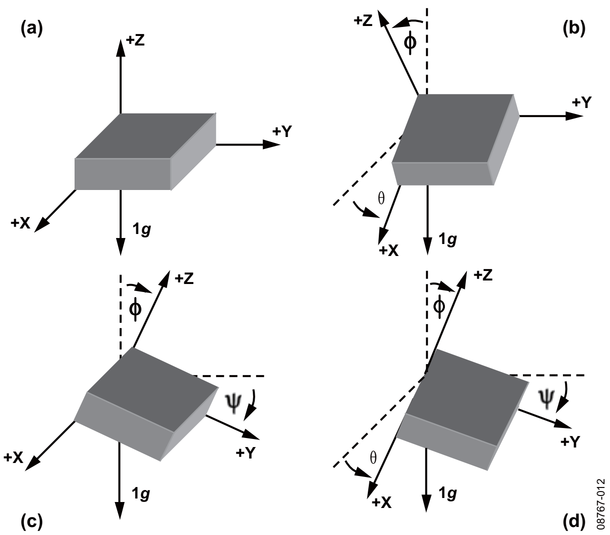

图12. 独立倾斜检测角

可通过基本三角函数证明，可利用等式11、等式12和等式13计算倾斜角。

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_{X,OUT}}{\sqrt{A^2{}_{Y,OUT} + A^2{}_{Z,OUT}}}\right) \tag{11}$$

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{A_{Y,OUT}}{\sqrt{A^2{}_{X,OUT} + A^2{}_{Z,OUT}}}\right) \tag{12}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{A^2{}_{X,OUT} + A^2{}_{Y,OUT}}}{A_{Z,OUT}}\right) \tag{13}$$

显然，等式13中的运算为逆运算，这是因为初始位置为1 g场。如果需将水平线作为z轴的参照，则可进行逆运算。正角表示加速度计对应的正轴指向水平线上方，负角则表示该轴指向水平线下方。

由于采用了反正切函数和加速度比，因此，双轴解决方案的优势同样适用，即是说，有效增量灵敏度为常量，且可精确测量单位球面周围所有点的角度。

失调和灵敏度失配误差校准

本应用笔记所作分析基于以下假设，即采用的是理想加速度计。这就相当于一种无0 g失调且具有完美灵敏度的器件(模拟传感器表示为mV/g，数字传感器表示为LSB/g)。尽管传感器已经过调整，但此类器件实际上属于机械类，换言之，在系统组装后，器件上的任何静态应力都可能影响失调和灵敏度。这种因素以及工厂校准的局限性，可能导致误差超过应用的容限。

失调误差的影响

为了展示此类误差可能大到什么程度，不妨假设存在一种双轴解决方案，具有完美灵敏度，但x轴上却存在50 mg的失调。0°下，x轴读数为50 mg，y轴读数为1 g。结果计算出的角度为2.9°，误差达2.9°。±180°下，x轴读数为50 mg，y轴读数为−1 g，结果可计算出一个角度值，误差为−2.9°。对于本例，计算角度与实际角度间的误差如图13所示。与系统的目标精度相比，失调误差不但可能过大，而且可能发生变化，因而增加了通过简单的校准法消除误差角的难度。在多个轴存在失调的情况下，难度更大。

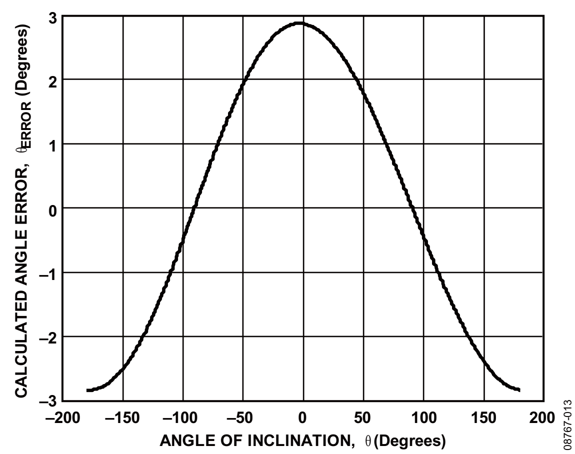

图13. 加速度计失调引起的计算角误差

灵敏度失配误差的影响

在双轴倾斜检测应用中，加速度计灵敏度引起的主要误差出现于目标轴之间存在灵敏度差(单轴解决方案与此不同，实际灵敏度与预期灵敏度之间的任何偏差都会导致误差)。

由于采用的是x轴和y轴之比，因此，在灵敏度相同的情况下，多数误差都是可以消除的。

下面举例说明加速度计灵敏度失配效应，假定采用的是一种双轴解决方案，其具有理想的失调调整，理想的y轴灵敏度，x轴灵敏度为+5%。这就意味着，在1 g场中，y轴读数为1 g，x轴为1.05 g。图14显示了因这种灵敏度失配导致的计算角误差。与失调误差相似，加速度计灵敏度失调导致的误差在整个旋转范围内变化，增加了在算出倾斜角后补偿误差的难度。通过调节y轴灵敏度，进一步加大失配，结果会导致更大的误差。

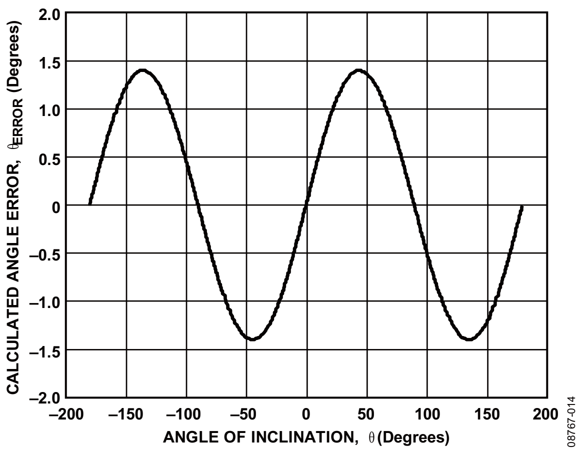

图14. 加速度计灵敏度失配引起的计算角误差

基本校准技术

当失调和灵敏度失配二者引起的误差相加时，结果的误差可能非常大，可能远远超过倾斜检测应用中的可接受限值。为了减少这种误差，应对失调和灵敏度进行校准，并通过经校准的输出加速度来计算倾斜角。在考虑失调和灵敏度的影响时，加速度计输出如下：

$$A_{OUT}\,[g] = A_{OFF} + (Gain \times A_{ACTUAL}) \tag{14}$$

其中：

A_{OFF}为失调误差，单位为g。

*Gain*为加速度计的增益，理想值为1。

A_{ACTUAL}为作用于加速度计的实际加速度或为理想值，单位为g。

一种简单的校准法是假定增益为1，在此基础上测量失调。该校准会将系统精度限制为灵敏度的未校准误差。这种简便校准法可通过将目标轴置于0 *g*场并测量输出来实现，其输出等于失调。然后，从加速度计的输出中减去该值，再对信号进行处理。这种方法通常称为无转向或单点校准法，因为器件的典型取向将x轴和y轴置于0 *g*场中。若采用三轴器件，则至少应在z轴中考虑一个转向或第二个点。

一种更精确的校准法是在每个目标轴上使用两点(双轴设计最多为6个点)。当将轴置于+1 *g*和−1 *g*场时，测得的输出如下：

$$A_{+1g}\,[g] = A_{OFF} + (1\,g \times Gain) \tag{15}$$

$$A_{-1g}\,[g] = A_{OFF} - (1\,g \times Gain) \tag{16}$$

其中，失调A_{OFF}的单位为*g*。

这两个点可用于确定失调和增益，方法如下：

$$A_{OFF}\,[g] = 0.5 \times (A_{+1g} + A_{-1g}) \tag{17}$$

$$Gain = 0.5 \times \left(\frac{A_{+18} - A_{-18}}{1g}\right) \tag{18}$$

其中，+1 *g*和−1 *g*两个测量值，即A_{+1g}和A_{-1g}的单位为*g*。

这类校准还有助于减少跨轴灵敏度影响，因为在测量目标轴时，垂直轴处于0 *g*场。这些值的使用方法为，先从加速度计测量值减去失调，然后用得到的结果乘以增益。

$$A_{ACTUAL}[g] = \frac{A_{OUT} - A_{OFF}}{Gain} \tag{19}$$

其中，A_{OUT}和A_{OFF}的单位为 g。

从等式15到等式19，计算A_{OFF}和Gain时均假定加速度值A_{+1g}和A_{-1g}的单位为*g*。如果采用单位为mg的加速度值，则等式17中A_{OFF}的计算保持不变，但等式18中的Gain计算结果则须除以1000，以考虑单位的变化。

ANALOG DEVICES

www.analog.com